P3 28nov25 - GABARITO COMENTADO
Olimpíada Brasileira de Astronomia e Astronáutica

3ª PROVA ONLINE DE 28 DE NOVEMBRO DE 2025

- PROCESSO DE SELEÇÃO DAS EQUIPES INTERNACIONAIS DE 2026 -

1) A velocidade máxima de um asteroide, que tem uma órbita elíptica ao redor do Sol, é de cerca de 17 km/s, enquanto sua velocidade orbital mínima é de cerca de 13 km/s.

Assinale a opção que traz a excentricidade da órbita deste asteroide.

a) 0,13
b) 0,23
c) 0,33
d) 0,43
e) 0,63

Resposta: a) 0,13

Comentários: Sabemos que a razão entre a velocidade máxima e a mínima é dada por:

$$\frac{V_{max}}{V_{min}} = \frac{1+e}{1-e}$$

onde **e** é a excentricidade da órbita

Com uma simples manipulação algébrica, chegamos a:

$$e = \frac{V_{max} - V_{min}}{V_{max} + V_{min}}$$

Substituindo-se os valores:

$$e = \frac{17 - 13}{17 + 13} = \frac{4}{30} \rightarrow e \cong 0{,}13$$

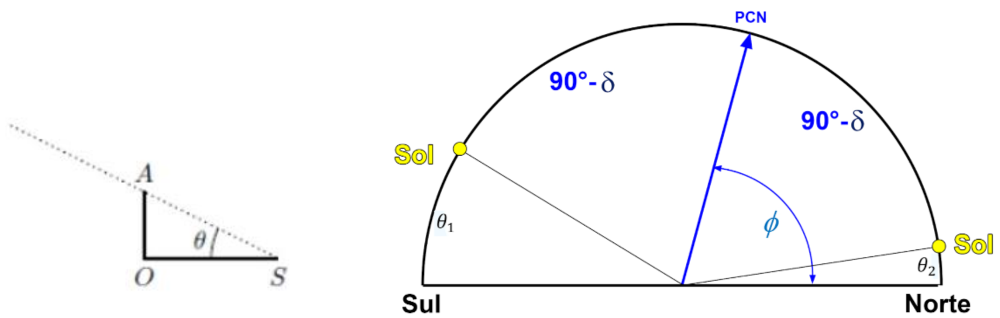
Questão Parametrizada: Os valores das velocidades foram escolhidos aleatoriamente. Vmax pôde variar de 17 a 20 km/s, com uma casa decimal e Vmin pôde variar de 13 a 16 km/s, com uma casa decimal.

P3 28nov25 - GABARITO COMENTADO
Olimpíada Brasileira de Astronomia e Astronáutica

2) Uma escoteira fez um experimento para descobrir sua latitude geográfica e comparar com a medida do seu GPS. Ela, então, finca uma vareta reta verticalmente, no centro de uma grande área plana e horizontal, de forma que a vareta ficou com **1,00 m** de altura. Com paciência ela mediu o menor comprimento da sombra da vareta e anotou **1,26 m**. Muitas horas depois, ela anotou o maior comprimento da sombra, que foi de **6,70 m**.
Encontre a latitude Φ aproximada da escoteira sabendo que as medidas foram feitas no dia do Solstício de Verão do Hemisfério Norte. Para facilitar as contas, assuma que a declinação do Sol permaneceu a mesma para as duas medidas, considere o Sol como uma fonte puntiforme e ignore qualquer efeito da refração atmosférica.
Repare: Como o maior comprimento da sombra da vareta foi finito, a escoteira presenciou o Sol sempre acima do horizonte.

a) 65°
b) 70°
c) 75°
d) 80°
e) 85°

Resposta: c) 75°
Comentários: A geometria do problema pode ser vista nas figuras abaixo:



Onde $\overline{OA}$ é o comprimento da vareta vertical (1,00 m), $\overline{OS}$ é o comprimento da sombra e PCN é o Polo Celeste Norte.

Da geometria temos:

$$\tan\theta = \frac{\overline{OA}}{\overline{OS}} = \frac{1}{\overline{OS}} \rightarrow \theta = \tan^{-1}\frac{1}{\overline{OS}}$$

$$\phi + 90^o - \delta_{Sol} + \theta_1 = 180^o \rightarrow \phi = 90^o + \delta_{Sol} - \theta_1 \;\; (1)$$

$$\phi = 90^o - \delta_{Sol} + \theta_2 \;\; (2)$$

Somando os termos das equações (1) e (2) de cada lado da igualdade, temos:

$$2\phi = \theta_2 - \theta_1 + 180^o \rightarrow 2\phi = \tan^{-1}\frac{1}{\overline{OS_2}} - \tan^{-1}\frac{1}{\overline{OS_1}} + 180^o$$

Substituindo os valores:

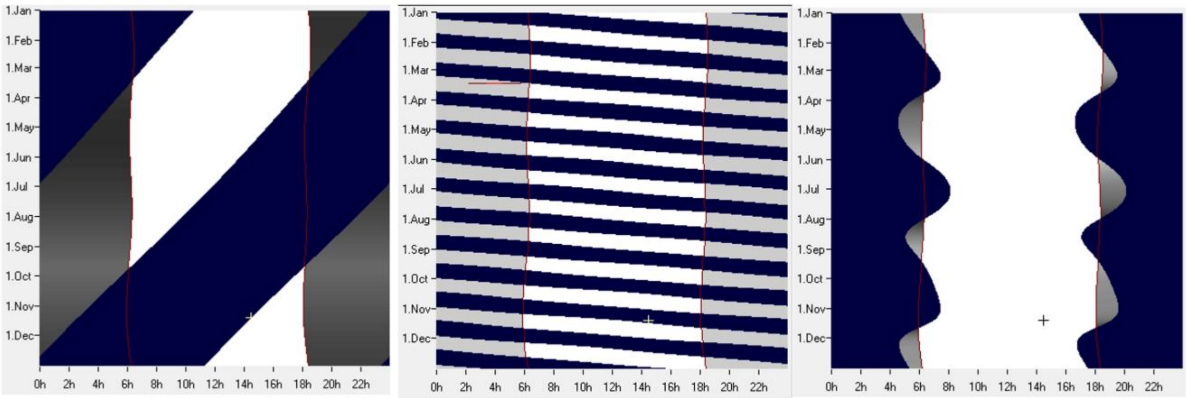
$$2\phi = \tan^{-1}\frac{1}{(6{,}70)} - \tan^{-1}\frac{1}{(1{,}26)} + 180°$$

$$2\phi \cong 150{,}05° \rightarrow \phi \cong 75°$$

3) Abaixo, apresentamos 3 gráficos de visibilidade de três astros distintos vistos da Terra.
As legendas do gráfico indicam:

- **Região azul escura:** O astro está abaixo do horizonte (não visível).
- **Região cinza:** O astro está acima do horizonte e o Sol está abaixo dele. (O astro está visível).
- **Região branca:** O astro e o Sol estão ambos acima do horizonte.

1. 2. 3.



Associe corretamente os gráficos com os astros que eles representam:
a) 1. Lua - 2. Planeta Externo - 3. Planeta Interno
b) 1. Planeta Interno - 2. Lua - 3. Planeta Externo
c) 1. Planeta Interno - 2. Planeta Externo - 3. Lua
d) 1. Planeta Externo - 2. Lua - 3. Planeta Interno
e) 1. Planeta Externo - 2. Planeta Interno - 3. Lua

Resposta: d) 1. Planeta Externo - 2. Lua - 3. Planeta Interno
Comentários:

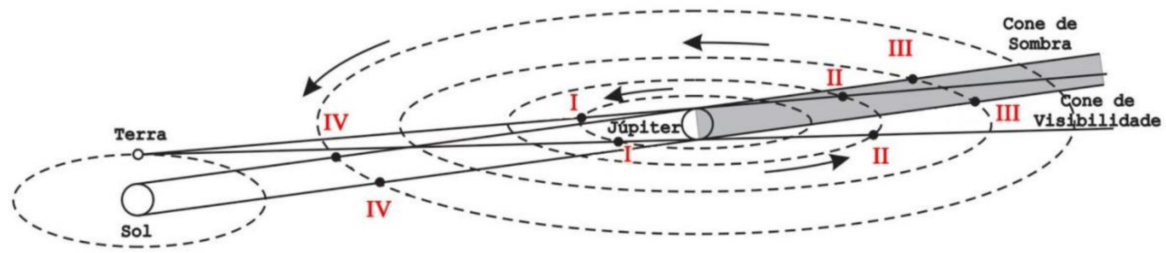
• **Gráfico 1 → planeta externo** (de Marte a Netuno). As faixas cinzas atravessando a região noturna, inclusive próximas da meia noite em parte do ano, revelam épocas de oposição, quando o astro fica visível por quase toda a noite. Em outra época a faixa branca domina, sinal de conjunção com o Sol e ausência de visibilidade noturna.
• **Gráfico 2 → Lua.** As faixas finas e repetidas ao longo do ano mostram um ciclo curto, com o horário de visibilidade "andando" cerca de 50 minutos por dia, padrão do mês sinódico de aproximadamente 29,5 dias.
• **Gráfico 3 → planeta interno** (Mercúrio ou Vênus). A grande coluna branca centrada no período diurno indica que o astro permanece próximo do Sol durante todo o ano, ficando visível somente em janelas crepusculares, notadas como regiões cinzas junto ao nascer e ao pôr do Sol. Planetas internos nunca aparecem à meia noite.

4) A figura a seguir traz o esquema das configurações (fora de escala) dos fenômenos dos satélites galileanos do ponto de vista da Terra (fenômenos geocêntricos).

Para os satélites temos os seguintes símbolos:
I – Io
II – Europa
III – Ganimedes
IV – Calisto

Os fenômenos podem ser:

o Eclipse do satélite pela sombra do disco do planeta (Desaparecimento e Reaparecimento)
o Trânsito da sombra do satélite pelo disco do planeta (Imersão/Entrada e Emersão/Saída)
o Trânsito do satélite pelo disco do planeta (Imersão/Entrada e Emersão/Saída)
a Ocultação do satélite pelo disco do planeta (Desaparecimento e Reaparecimento)



Esquema dos fenômenos dos satélites galileanos

Assinale a opção que identifica corretamente os fenômenos geocêntricos dos satélites de Júpiter que estão acontecendo na figura.

a) Trânsito de Io, Ocultação de Europa (desaparecimento), Eclipse de Ganimedes (reaparecimento) e Trânsito da sombra de Calisto.
b) Trânsito de Io, Eclipse de Europa (desaparecimento), Ocultação de Ganimedes, (desaparecimento) e Trânsito da sombra de Calisto.
c) Trânsito da sombra de Io, Ocultação de Europa (desaparecimento), Eclipse de Ganimedes (reaparecimento) e Trânsito de Calisto.
d) Eclipse de Io, Trânsito de Europa (imersão), Trânsito da sombra de Ganimedes (emersão) e Eclipse de Calisto;
e) Eclipse de Io, Ocultação de Europa (desaparecimento), Eclipse de Ganimedes (reaparecimento) e Trânsito de Calisto;

Resposta: a) Trânsito de Io, Ocultação de Europa (desaparecimento), Eclipse de Ganimedes (reaparecimento) e Trânsito da sombra de Calisto.
Comentários: O satélite I está passando na frente do disco de Júpiter. O satélite II está entrando atrás do disco de Júpiter (na primeira posição). O satélite III está saindo da sombra de Júpiter (na segunda posição). O satélite IV está projetando sua sombra no disco de Júpiter.

5) O **Analema de um Gnomon** é a curva em formato de "8" assimétrico traçada pela sombra da ponta (nodo) de um gnomon registrada *sempre no mesmo horário* (geralmente meio-dia solar) ao longo de um ano. Não é a sombra instantânea, mas o *lugar geométrico* desses pontos. O formato surge porque o Sol não está no mesmo ponto no céu na mesma hora em dias diferentes, devido à inclinação da Terra e à excentricidade da órbita (a Equação do Tempo).

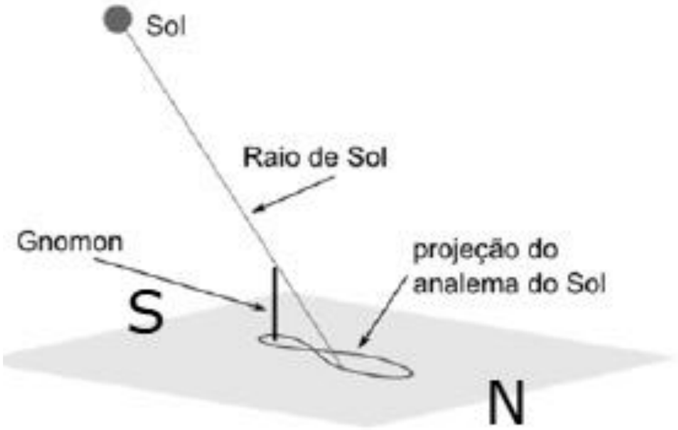


figura 01

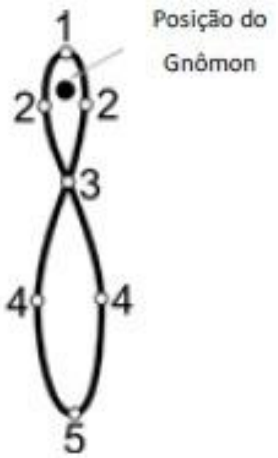


figura 02

Em relação às figuras mostradas, responda:
a) No ponto 1, a Terra se encontra no periélio, e no 5 em seu afélio.
b) O observador na imagem está entre o Equador e o Trópico de Câncer.
c) O observador na imagem está entre o Círculo Polar Antártico e o Polo Sul.
d) O ponto 3 representa os equinócios, e os pontos 1 e 5 representam os solstícios.
e) O observador na imagem está entre o Trópico de Câncer e o Círculo Polar Ártico.

Resposta: b) O observador na imagem está entre o Equador e o trópico de câncer.

Comentários: Ao meio dia solar, a direção da sombra diz se o Sol está ao sul ou ao norte do zênite do observador:

- Sombra apontando para o norte significa Sol ao sul do zênite.
- Sombra apontando para o sul significa Sol ao norte do zênite.

O analema da sombra cruza a linha norte–sul no chão e tem um trecho em que a sombra fica do lado sul. Logo, em parte do ano o Sol culmina ao norte do zênite do observador.

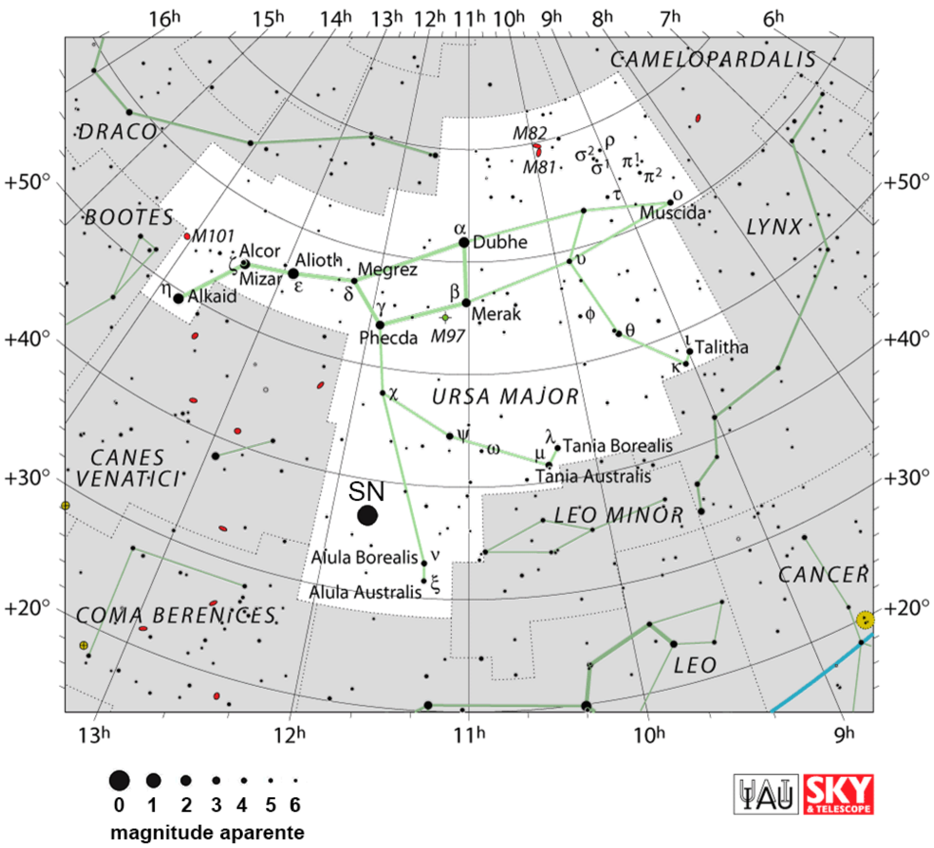
Isso só é possível se a declinação solar positiva exceder a latitude do lugar. Como a declinação máxima do Sol é cerca de 23,44 graus, a latitude deve ser menor que esse valor e no hemisfério norte. Conclusão direta: **o local está entre o Equador e o Trópico de Câncer**.

Por esta razão, as alternativas b) e e) estão obviamente erradas.

A alternativa c) está errada porque o cruzamento do analema não indica equinócio. Esse ponto ocorre quando a Equação do Tempo vale zero, o que não coincide com declinação solar nula. Equinócios acontecem quando a declinação do Sol é zero e isso ocorre em datas diferentes das passagens da Equação do Tempo por zero. Assim, dizer que o ponto 3 é equinócio torna a proposição falsa, mesmo que os extremos verticalmente mais afastados estejam associados aos solstícios.

A alternativa d) está errada porque vincula o ponto 1 ao periélio e o ponto 5 ao afélio invertendo a correspondência.

6) Suponha que uma supernova (SN) foi observada na constelação de Ursa Maior. A carta celeste (fornecida) mostra a fonte como uma bolinha. Na legenda da imagem está indicada a magnitude aparente correspondente ao tamanho dessa bolinha.



A partir dessa magnitude aparente, determine quantos fótons por segundo por metro quadrado chegam da supernova na faixa visível centrada em 500 nm, assumindo que, em média, toda luz chega com esse comprimento de onda.
Para isso use as seguintes informações e relações:

- fluxo de uma estrela de referência na Terra (banda de referência): F = 1.360 W/m²
- magnitude aparente do Sol: m = -26,7
- constante de Planck: $h = 6{,}626 \times 10^{-34}$ J·s
- velocidade da luz: $c = 3{,}00 \times 10^{8}$ m/s
- energia de um fóton: $E_{foton} = h \times f$, onde f é a frequência

a) $2{,}4 \times 10^{10}$ fótons/s/m^2
b) $3{,}5 \times 10^{10}$ fótons/s/m^2
c) $4{,}1 \times 10^{10}$ fótons/s/m^2
d) $5{,}2 \times 10^{10}$ fótons/s/m^2
e) $7{,}1 \times 10^{10}$ fótons/s/m^2

Resposta: e) $7{,}1 \times 10^{10}$ fótons/s/m²

Comentários: Relação importante entre magnitude e fluxo

$$m_{sn} - m_{Sol} = -2{,}5 \cdot \log10(F_{sn} / F_{Sol})$$

Pela Carta Celeste, vemos que a magnitude aparente da sn é $\mathbf{m_{sn} = 0}$

Passo 1 – Encontrar o fluxo da supernova F_{sn}

$$0 - (-26{,}7) = -2{,}5 \cdot \log10(F_{sn} / 1.360)$$

$$26{,}7 = -2{,}5 \cdot \log10(F_{sn} / 1.360)$$

Agora isolamos o logaritmo:

$$\log10(F_{sn} / 1.360) = -26{,}7 / 2{,}5$$

$$\log10(F_{sn} / 1.360) \approx -10{,}68$$

Transformando de logaritmo para razão:

$$F_{sn} / 1.360 = 10^{-10{,}68} \approx 2{,}09 \times 10^{-11}$$

Então:

$$F_{sn} \approx 1.360 \times 2{,}09 \times 10^{-11}$$

Ou seja, o fluxo da supernova na Terra é aproximadamente:

$$F_{sn} \approx 2{,}84 \times 10^{-8}\ W/m^2$$

Passo 2 – Energia de um fóton em 500 nm, substituindo f por c

Usamos $E_{foton} = hc/\lambda$

$$E_{foton} = \frac{(6{,}626 \times 10^{-34}\ J \cdot s)(3{,}00 \times 10^{8}\ m/s)}{(5{,}0 \times 10^{-7}\ m)} \rightarrow E_{foton} \cong 3{,}98 \times 10^{-19}\ J$$

Passo 3 – Número de fótons por segundo por metro quadrado

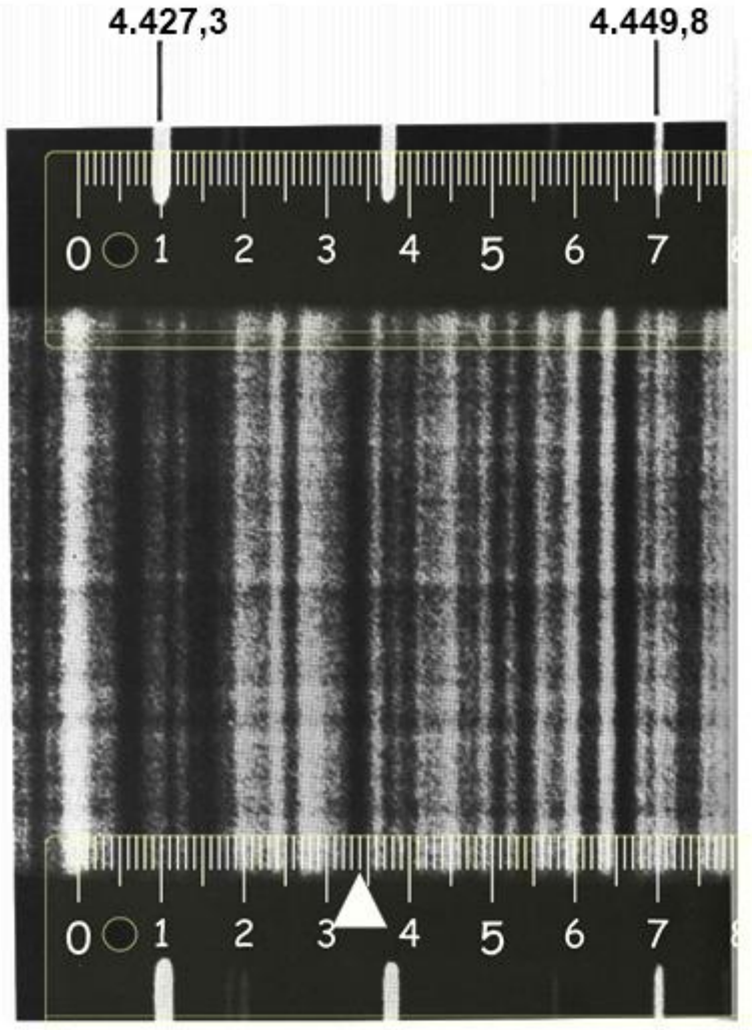
Número de fótons por segundo por metro quadrado:

$$N = F_{sn} / E_{foton}$$

$$N = (2{,}84 \times 10^{-8})(3{,}98 \times 10^{-19})$$

Então: $N = 7{,}1 \times 10^{10}$ fotons/s/m²

7) A figura abaixo traz um espectrograma de uma estrela e linhas de comparação. O comprimento de onda de laboratório em Angstroms (Å) de duas dessas linhas de comparação é dado na parte de cima da imagem. O triângulo branco assinala uma linha de absorção no espectro da estrela cujo comprimento de onda medido em laboratório é λ_0 = 4.437,6 Å.



Assinale a opção que traz, aproximadamente, o comprimento de onda λ observado e a velocidade radial v_r da estrela.

Dicas:

- Uma régua transparente foi superposta à imagem para facilitar as suas contas.
- $\frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} = \frac{v_r}{c}$, onde c é a velocidade da luz ($3,0 \times 10^8$ m/s)

a) 4.435,0 Å; -144,0 km/s
b) 4.436,3 Å; -87,9 km/s
c) 4.437,6 Å; -144,0 km/s
d) 4.437,6 Å; +144,0 km/s
e) 4.438,9 Å; +87,9 km/s

Resposta: b) 4.436,3 Å; -87,9 km/s

Comentários: O comprimento de onda observado está entre 4.427,3 Å e 4.449,8 Å, como se vê no espectrograma.

O comprimento de onda observado será, então 4.427,3 Å + X.

Para determinar X:

- Pela imagem, vemos que a diferença entre as linhas de referências mede 6,0 cm.
- O triângulo marca uma linha que está a 2,4 cm de distância da primeira linha de referência.
- com uma regra de três simples, determina-se o comprimento de onda λ observado.

$$\frac{(4.449{,}8\ \text{Å} - 4.427{,}3\ \text{Å})}{6{,}0\ cm} = \frac{X}{2{,}4\ cm} \rightarrow X = \frac{22{,}5\ \text{Å} \times 2{,}4\ cm}{6{,}0\ cm} \rightarrow X = \text{Å}$$

Então, λ + X = 4.427,3 Å + 9,0 Å = 4.436,3 Å

Obs: O comprimento de onda observado é menor do que o do laboratório. Portanto, a estrela está se aproximando de nós e sua velocidade radial deve ser negativa.

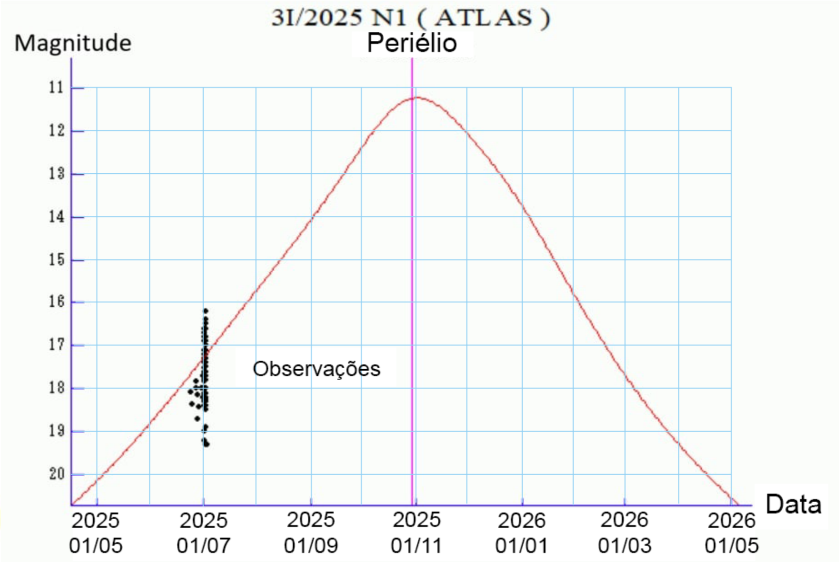
A velocidade radial da estrela pode ser calculada utilizando-se a fórmula dada:

$$\frac{4.436{,}3 - 4.437{,}6}{4.437{,}6} = \frac{v_r}{3{,}8 \times 10^8} \rightarrow v_r \cong -87{,}9 \times 10^3\ m/s = 87{,}9\ km/s$$

8) A magnitude limite de um telescópio indica o menor brilho de um objeto que ele pode detectar. Esse valor é determinado principalmente pelo diâmetro da objetiva (a lente principal ou espelho): quanto maior o diâmetro, maior a quantidade de luz coletada e, portanto, menor o brilho do objeto que pode ser visto.

A fórmula para o cálculo desta magnitude é frequentemente apresentada como uma simplificação, onde a magnitude limite de um telescópio é de aproximadamente 2,1 mais 5 vezes o logaritmo do diâmetro da objetiva (em milímetros), supondo condições de observações ideais e desconsiderando a turbulência atmosférica.

O gráfico a seguir traz a variação teórica da magnitude aparente do cometa extrassolar 3I/ATLAS (C/2025 N1 ATLAS) ao longo do tempo.



Baseado neste gráfico e no que foi apresentado, assinale a opção que traz o diâmetro mínimo que um telescópio precisa ter para observar este cometa no dia 1º de dezembro de 2025.

a) 80 mm
b) 90 mm
c) 100 mm
d) 110 mm
e) 120 mm

Resposta: c) 100 mm

Comentários: Vemos no gráfico que a magnitude aparente teórica do 3I/ATLAS será m = 12. Utilizando a fórmula dada, temos:

$$m = 2{,}1 + 5\log D$$

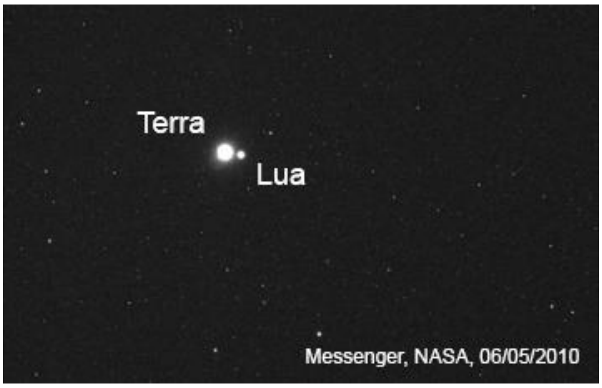
Isolando D, temos:

$$\log D = \frac{m - 2{,}1}{5} \rightarrow D = 10^{\left(\frac{m-2{,}1}{5}\right)}$$

Substituindo-se os valores:

$$D = 10^{\left(\frac{12-2{,}1}{5}\right)} \rightarrow D \cong 95{,}5\,mm \equiv 100\,mm$$

9) Na imagem a seguir podemos ver a Terra e a Lua, juntas no espaço. Ela foi feita no dia 6 de maio de 2010 pela sonda espacial não-tripulada Messenger, da NASA, destinada a estudar as características e o ambiente do planeta Mercúrio. A sonda entrou em órbita de Mercúrio em março de 2011 e ficou em operação até abril de 2015.



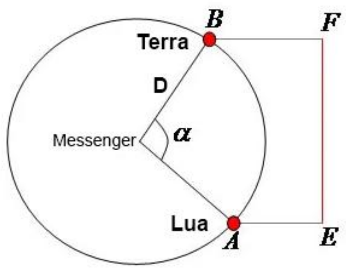
Considere que a sonda estava a uma distância D = 183 milhões de km do sistema e que a Terra e a Lua, do ponto de vista da sonda, estavam com sua máxima separação angular. Baseado nas informações e em seus conhecimentos, assinale a opção que traz, aproximadamente, esta separação angular entre a Terra e a Lua.

Dado: distância Terra-Lua D_{TL} = 384.400 km.

a) 210''
b) 384''
c) 400''
d) 433"
e) 483''

Resposta: d) 433"

Comentários: Da geometria do problema, temos que D é muito grande e o ângulo α muito pequeno, de forma que o comprimento do arco AB se aproxima do comprimento da reta EF.



Sendo assim, podemos dizer que AB = EF = Dα (com α medido em radianos).
Isolando α (a distância angular procurada), temos:

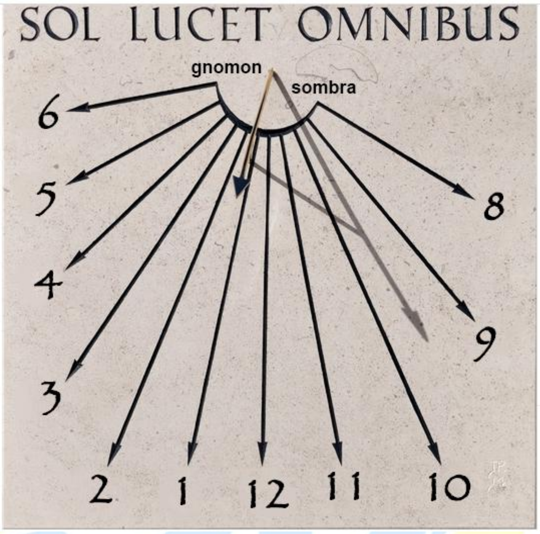
$$\alpha = \frac{EF}{D} = \frac{384.400\ km}{183.000.000\ km} \rightarrow \alpha \cong 2{,}1 \times 10^{-3}\ radianos$$

Transformando radianos em segundos-de-arco, temos:

$$\alpha = \frac{2{,}1 \times 10^{-3}}{\pi} \times 180° \times 60\,'/_{\circ} \times 60\,''/_{'} \rightarrow \alpha \cong 433''$$

P3 28nov25 - GABARITO COMENTADO
Olimpíada Brasileira de Astronomia e Astronáutica

10) Dizemos que um Relógio de Sol é Vertical Meridional quando a placa do seu mostrador for vertical e ela estiver faceada com um Ponto Cardeal. Quando a placa do seu mostrador vertical não está de frente a nenhum dos Pontos Cardeais, então dizemos que ele é um Relógio de Sol Declinante, e devemos indicar entre que Pontos Cardeais seu mostrador está faceado: N-L, N-O, S-L ou S-O.
Uma característica importante de todos os relógios de Sol, sejam verticais, declinantes, ou até horizontais, é que seu gnômon precisa sempre estar paralelo ao eixo de rotação do planeta. Ou seja, seu prolongamento deve "furar" o céu no Polo Celeste elevado (o que está acima do horizonte) para o seu pleno funcionamento.
A seguir temos a imagem de um Relógio de Sol Vertical.



Baseado no que foi explicado e em seus conhecimentos, assinale a afirmação correta.

a) Este é um Relógio de Sol Meridional, localizado no Hemisfério Sul.
b) Este é um Relógio de Sol Declinante S-L, localizado no Hemisfério Sul.
c) Este é um Relógio de Sol Declinante N-O, localizado no Hemisfério Sul.
d) Este é um Relógio de Sol Declinante S-L, localizado no Hemisfério Norte.
e) Este é um Relógio de Sol Declinante N-O, localizado no Hemisfério Norte.

Resposta: c) Este é um Relógio de Sol Declinante N-O localizado no Hemisfério Sul.
Comentários:

- Como as primeiras horas do dia estão do lado direito do mostrador, o Leste está à esquerda, de forma que este mostrador está voltado para o lado Norte, portanto, localizado no Hemisfério Sul;
- Como seu gnomon está deslocado em relação ao meio-dia solar (12h), este é um relógio solar declinante;
- Como o deslocamento do gnomon foi para o lado Leste, seu mostrador está faceado entre os Pontos Cardeais Norte e Oeste (N-O)

11) Considere um sistema binário formado por duas estrelas, cada uma delas orbitando o centro de massa comum do sistema. A partir de observações astronômicas, determina se que o tamanho angular do semieixo maior da órbita relativa verdadeira é de 3,0 segundos de arco, que a distância do sistema ao Sol é de 3,0 pc e que o período orbital do sistema é de 9,0 anos.
Sabe-se também que uma das estrelas está 2 vezes mais distante do centro de massa comum do que a outra.
Com base nessas informações, assinale a alternativa que apresenta corretamente a massa de cada uma das estrelas em unidades de massa solar.
Dado: 1 pc = 206.265 U.A.

a) $M_A = 3,0\ M_{Sol}$ e $M_B = 6,0\ M_{Sol}$
b) $M_A = 4,3\ M_{Sol}$ e $M_B = 4,7\ M_{Sol}$
c) $M_A = 6,0\ M_{Sol}$ e $M_B = 3,0\ M_{Sol}$
d) $M_A = 6,2\ M_{Sol}$ e $M_B = 2,8\ M_{Sol}$
e) $M_A = 6,4\ M_{Sol}$ e $M_B = 2,6\ M_{Sol}$

Resposta: c) $M_A = 6,0\ M_{Sol}$ e $M_B = 3,0\ M_{Sol}$
Comentários: Usamos a terceira lei de Kepler na forma newtoniana, já simplificada para o sistema de unidades astronômicas:

$$M_A + M_B = a^3/P^2$$

Primeiro, convertemos o semi eixo maior **a** da órbita para unidades astronômicas usando a definição de parsec:

$$a\ (UA) = a\ (\text{segundos de arco}) \times r\ (\text{parsecs}).$$

Com a = 3,0 segundos de arco e r = 3,0 pc, obtemos:

$$a = 3,0 \times 3,0 = 9,0\ UA.$$

Substituindo na expressão de Kepler, com P = 9,0 anos:

$$M_A + M_B = 9^3/9^2 = 9 \text{ massas solares.}$$

Como uma estrela está duas vezes mais distante do centro de massa do que a outra, vale:

$$M_A/M_B = a_B/a_A = 2$$

Logo:

$$M_A=2M_B$$

Resolvendo o sistema:

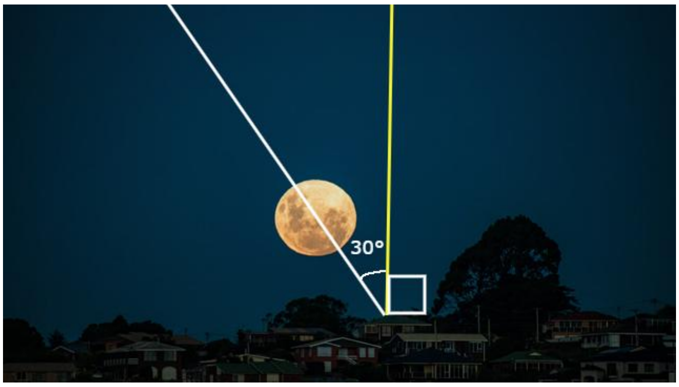
$$M_A + M_B = 2M_B + M_B = 3M_B = 9,0\ M_{Sol}$$

$$M_B = 3,0\ M_{Sol} \text{ e } M_A = 6,0\ M_{Sol}$$

Questão Parametrizada: Os valores das distâncias foram escolhidos aleatoriamente.

A distância D de uma das estrelas ao centro de massa do sistema pôde variar de 1,5 a 5, com uma casa decimal.

12) Em um planeta alienígena, um astronauta observa a lua local se pondo no horizonte. Ele sabe que o período de rotação do planeta é de 10 horas e que o movimento orbital da lua é tão lento que pode ser desprezado neste problema.
Ao cronometrar o pôr da lua, ele percebe que o intervalo de tempo entre o primeiro contato do disco lunar com o horizonte e o último contato (quando a lua desaparece completamente) é de 30 segundos.



A imagem mostra a trajetória da Lua no céu sem estrelas.

Considerando que esse intervalo corresponde ao tempo necessário para o disco lunar "varrer" todo o seu diâmetro angular em relação ao horizonte, estime o tamanho angular desta lua no céu desse planeta. Desconsidere quaisquer efeitos da atmosfera.

a) 0,15 grau
b) 0,23 grau
c) 0,26 grau
d) 0,31 grau
e) 0,36 grau

Resposta: c) 0,26 grau

Comentários:

Período de rotação: T igual a 10 horas, que dá 10 h × 3600 s = 36.000 segundos.

Velocidade angular de rotação do planeta:

$$\omega = 360°/36.000 \text{ s} = 0{,}01°/\text{s}$$

A Lua se move ao longo de uma trajetória inclinada de 60 graus em relação ao horizonte. A componente da velocidade angular perpendicular ao horizonte é:

$$\omega_p = \omega \times \text{sen}(60°) = 0{,}01 \times 0{,}866 = 0{,}00866°/\text{s}$$

Em 30 segundos, o ângulo varrido na direção perpendicular ao horizonte é:

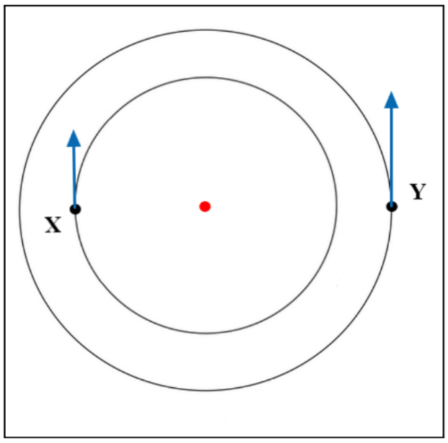
$$\Delta\theta = 0{,}00866 \times 30{,}00 = 0{,}26$$

Esse valor corresponde ao diâmetro angular da Lua, portanto cerca de 0,26 grau.

Questão Parametrizada: Os valores dos tempos foram escolhidos aleatoriamente.

O tempo T do pôr da lua, que deve variar de 20 a 60 s de modo inteiro. T deve aparecer no texto com 2 casas decimais (T,00 s).

13) Em um sistema planetário distante, dois planetas X e Y orbitam uma mesma estrela em trajetórias circulares no mesmo plano. A figura abaixo, fora de escala, mostra setas desenhadas sobre cada órbita indicando o sentido do movimento orbital de cada planeta.



Sabe se que os períodos **siderais** (isto é, em relação às estrelas distantes) são:

- T_X igual a 1,00 ano planetário
- T_Y igual a 2,00 anos planetários

Uma observadora em X observa o planeta Y em determinada posição em relação à estrela central.

Assinale a opção que traz quanto tempo se passará até que a configuração se repita.

a) 0,67 ano
b) 1,31 ano
c) 1,41 ano
d) 1,73 ano
e) 2,08 anos

Resposta: a) 0,67 ano

Comentários: a figura mostra que os dois corpos **orbitam em sentidos opostos** (uma velocidade angular ω com sinal oposto à outra).

Como os planetas giram em sentidos opostos, o módulo da velocidade angular relativa é a soma das velocidades. Para esse caso, podemos usar diretamente a relação

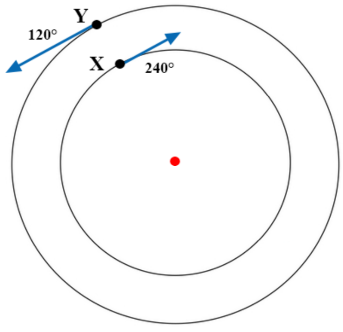
$$1/Ts = 1/Tx + 1/Ty$$

Substituindo T de X igual a 1,0 ano e T de Y igual a 2,0 anos:

$$1/Ts = 1/1+1/2=3/2$$

Logo:

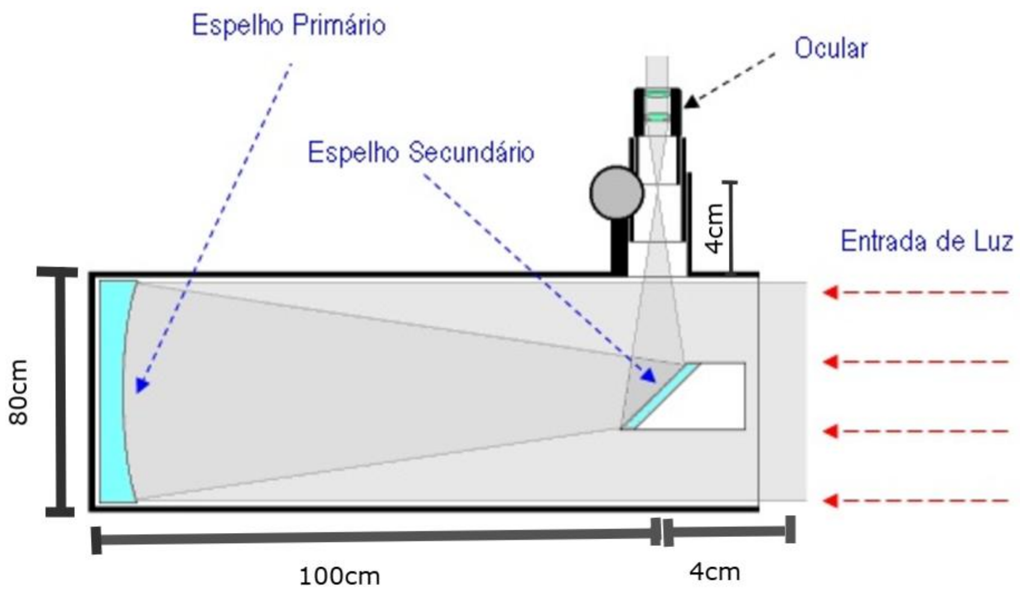
$$Ts = 2/3 \cong 0,67$$



t = 2/3

Portanto, o período sinódico entre X e Y é cerca de 0,67 ano.

14) Sobre o telescópio abaixo, assinale a alternativa que indica o seu tipo e a distância focal do espelho primário.



a) Kepleriano, 96 cm
b) Newtoniano, 96 cm
c) Newtoniano, 104 cm
d) Cassegrain, 144 cm
e) Newtoniano, 144 cm

Resposta: e) Newtoniano, 144 cm
Comentário:

1. Tipo do telescópio

O desenho mostra espelho primário no fundo, espelho secundário plano inclinado desviando a luz para a lateral onde fica a ocular. Isso é exatamente a configuração de um telescópio **newtoniano**.

2. Distância focal do espelho primário

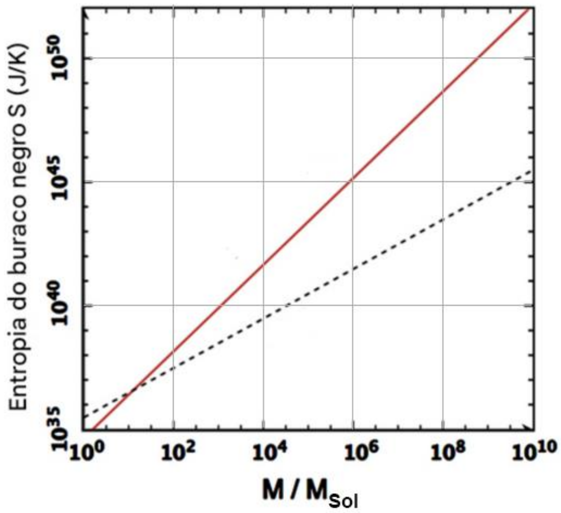
Pelo enunciado, queremos a distância do espelho primário até o foco. Pelo esquema:

- Comprimento do tubo ao longo do eixo: **100 cm**
- Altura do centro do tubo até a borda superior: o diâmetro é **80 cm**, então o raio é **40 cm**
- O foco ainda está **4 cm** acima da borda do tubo

Então, considerando o caminho até o foco na ocular, a distância total fica: 144cm
Logo, a alternativa correta é: **Newtoniano, 144 cm**.

15) No filme *Interstellar*, acompanhamos uma longa jornada pelo universo em busca de melhores condições de vida para os humanos da Terra. Na trama, é apresentado o planeta Miller, localizado a uma distância R do centro de um buraco negro supermassivo chamado Gargantua, de massa M. Sabe-se que a entropia de Gargantua está relacionada à sua massa. Temos a informação que a entropia de Gargantua **S = 10^{45}J/K**.

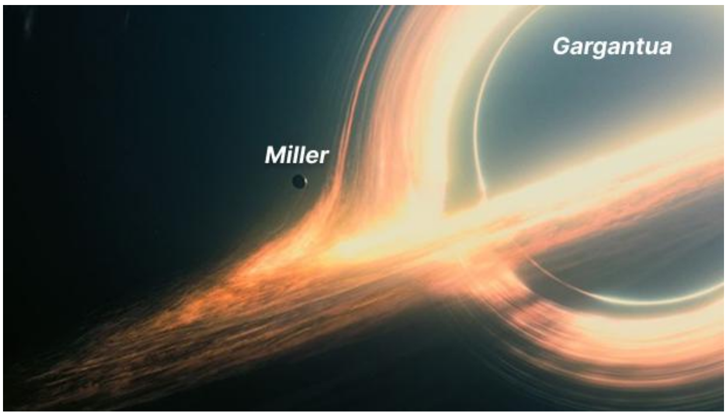
A entropia é uma grandeza física que mede o grau de desordem ou o número de microestados possíveis de um sistema. No gráfico abaixo, representado em escala logarítmica, onde marcações igualmente espaçadas representam saltos iguais no expoente de 10, observa-se a relação (linha tracejada) entre a entropia **S** e a massa **M** (em unidades da massa solar). A linha contínua vermelha do gráfico se refere ao buraco negro.



Sabe-se que o tempo se dilata devido à presença de corpos massivos (isto é, o buraco negro desconsiderando a rotação), de acordo com a seguinte fórmula:

$$t_0 = t_f\sqrt{1 - \frac{R_S}{R}}$$

Onde R_s é o raio de Schwarzschild do buraco negro, t_0 é o tempo medido por um observador sob a influência gravitacional (no planeta Miller), e t_f é o tempo medido por um observador distante do buraco negro (isto é, o tempo normal, sem dilatação).



P3 28nov25 - GABARITO COMENTADO
Olimpíada Brasileira de Astronomia e Astronáutica

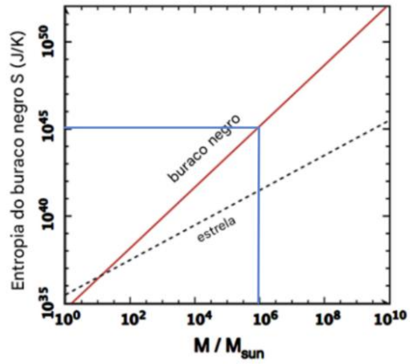
Sabendo que os astronautas Cooper e Brandt passaram 3,5 horas no planeta Miller, enquanto no espaço vazio, longe da influência da dilatação temporal, se passaram 7,0 horas, calcule a distância R, aproximada, do planeta Miller ao centro de Gargantua.

Dados: Raio de Schwarzschild $R_s = 2GM/c^2$, Constante Gravitacional $G = 6{,}7 \times 10^{-11}$ Nm^2/kg^2, Velocidade da Luz $c = 3{,}0 \times 10^5$ km/s, Massa do Sol $M = 2{,}0 \times 10^{30}$ kg

a) $4{,}0 \times 10^9$ m
b) $5{,}0 \times 10^9$ m
c) $2{,}5 \times 10^9$ m
d) $3{,}0 \times 10^9$ m
e) $8{,}0 \times 10^9$ m

Resposta: a) $4{,}0 \times 10^9$ m
Comentários:
Com a massa do buraco negro Gargantua, podemos calcular seu raio de Schwarzschild:

$$R_s = 2GM/c^2$$



Pelo gráfico, sabemos que M é 1 milhão de vezes a massa do Sol. Usando os valores das constantes, chegamos que o raio

$$R_S = \frac{2 \times 6{,}7 \times 10^{-11} \times 10^6 \times 2 \times 10^{30}}{(3{,}0 \times 10^8)^2} \rightarrow R_S \cong 3{,}0 \times 10^9\ m$$

Agora, vamos isolar R na fórmula da dilatação do tempo:

$$t_0 = t_f \sqrt{1 - \frac{R_s}{R}}$$

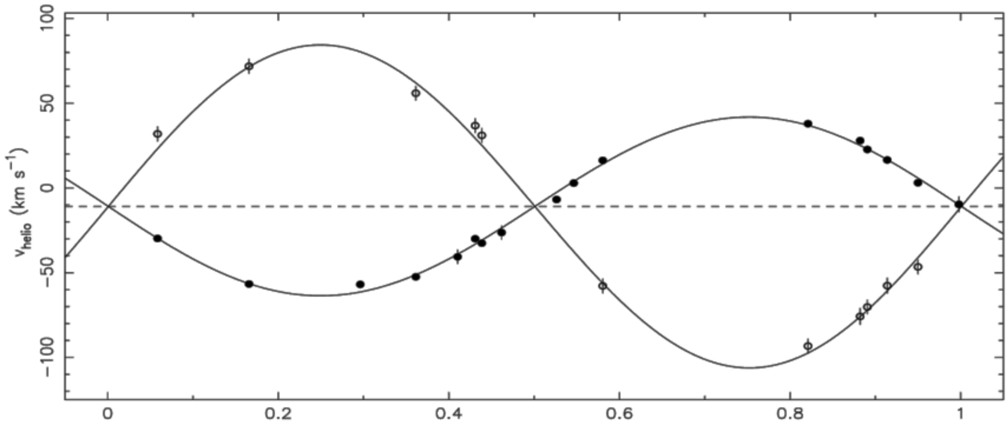
Elevando ambos os lados ao quadrado:

$$\left(\frac{t_0}{t_f}\right)^2 = 1 - \frac{R_S}{R} \rightarrow R = \frac{R_S}{1 - \left(\frac{t_0}{t_f}\right)^2}$$

Substituindo-se os valores:

$$R = \frac{3{,}0 \times 10^9}{1 - \left(\frac{3{,}5}{7{,}0}\right)^2} \rightarrow R = 4{,}0 \times 10^9\ m$$

16) A figura a seguir mostra as curvas de velocidades radiais das estrelas A e B em um sistema binário espectroscópico, em função da fase orbital. As duas estrelas têm o mesmo período orbital, porém têm amplitudes de velocidade diferentes.



Sabendo que as órbitas são circulares, que o sistema é visto de lado e que a estrela A é a mais massiva, com massa $M_A = 4{,}0\ M_{sol}$, qual é, aproximadamente, a massa da estrela B?

a) 0,4 M_{Sol}
b) 1,2 M_{Sol}
c) 1,6 M_{Sol}
d) 2,3 M_{Sol}
e) 3,2 M_{Sol}

Resposta: d) 2,3 M_{Sol}

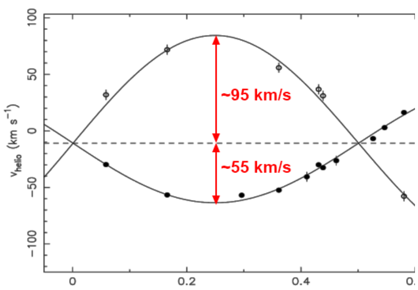
Comentários: Pelo movimento em torno do centro de massa vale a relação:

$$M_A \times v_A = M_B \times v_B$$

Logo:

$$M_B = M_A \times (v_A/v_B)$$

Pelo gráfico, tiramos a razão entre os módulos das velocidades:



Então:

$$M_B = 4{,}0\ M_{Sol} \times (55/95) \rightarrow M_B \cong 2{,}3\ M_{Sol}$$

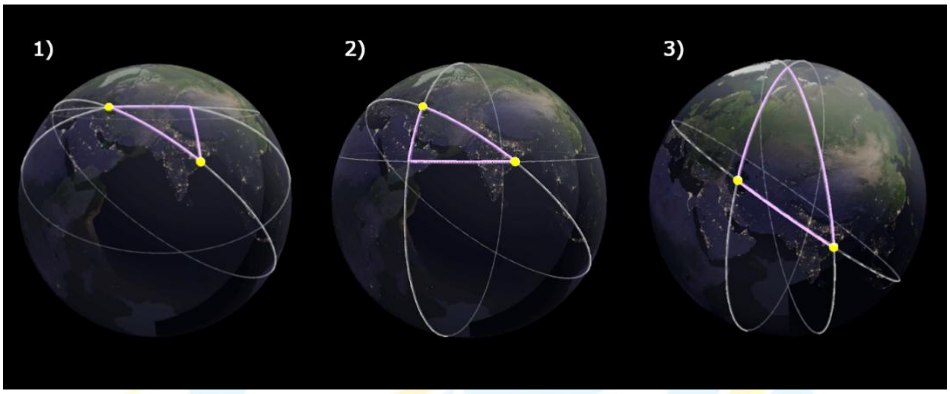
Questão Parametrizada: Os valores das massas foram escolhidos aleatoriamente.

A massa M_A da estrela A pôde variar de 2 a 10 de 0,2 em 0,2.

17) Muitos temem a trigonometria esférica como algo difícil, e de fato estudá-la a fundo é importante somente para as próximas etapas. Porém, em olimpíadas é comum esperar que o estudante descubra, na própria questão, como lidar com um conceito novo mesmo sem o conhecer previamente.

Imagine que você precisa saber a distância entre duas cidades na Terra, tratando a Terra como esfera. Para ser possível usar trigonometria esférica, o triângulo deve ser formado por três lados que sejam arcos de grande círculo. Grande círculo é a interseção da esfera com um plano que passa pelo centro da esfera, como o Equador e qualquer meridiano completo.

Paralelos, exceto o Equador, são círculos menores, portanto não servem como lados de um triângulo esférico. Em um triângulo esférico legítimo, cada lado é um arco de grande círculo com medida menor que cento e oitenta graus, e a menor rota entre dois pontos sobre a esfera é justamente o arco de grande círculo.



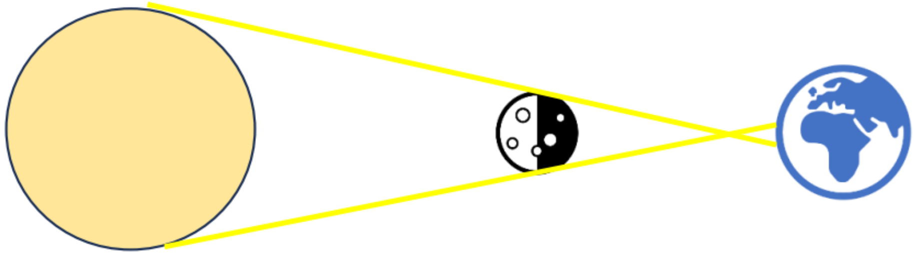
Com isso em mente, qual(is) triângulo(s) poderia(m) ser usado(s) para analisar a situação e permitir o cálculo da distância entre as cidades?
a) apenas o 1º
b) apenas o 2º
c) apenas o 3º
d) ambos, 1º e 2º
e) ambos, 2º e 3º

Resposta: c) apenas o 3º

Comentários: Perceba que nas imagens 1 e 2, o lado do triângulo paralelo ao equador é um arco de um paralelo, não de um círculo máximo cujo plano passa pelo centro da esfera. Portanto, ambos não podem ser considerados triângulos esféricos.

Somente o triângulo 3 é composto por três arcos de círculo máximo (dois meridianos, e o arco da distância entre dois pontos na esfera).

18) Suponha que um dia o apogeu da Lua coincida com o periélio da Terra, conforme a figura, fora de escala, a seguir.



Um observador, em um local apropriado na Terra, observa o eclipse no zênite, em seu máximo.

Sendo assim, que fração aproximada da área do disco solar é coberta pela Lua?

Considere que a distância máxima entre os centros da Terra e da Lua é de 405.000 km, enquanto a distância mínima entre os centros da Terra e do Sol é de 147.100.000 km.

Dados: R_{Sol} = 695.500 km; R_{Terra} = 6.378 km; R_{Lua} = 1.737 km

a) 80%
b) 85%
c) 90%
d) 95%
e) 100%

Resposta: b) 85%

Comentários: o diâmetro angular do Sol durante o periélio é:

$$D_{Sol} = 2 \times \frac{raio\ do\ Sol}{distância\ do\ Sol - raio\ da\ Terra} \rightarrow D_{Sol} = 2 \times \frac{695.500}{147.100.000 - 6.378} \rightarrow D_{Sol} \simeq 9,46 \times 10^{-3}\ radianos$$

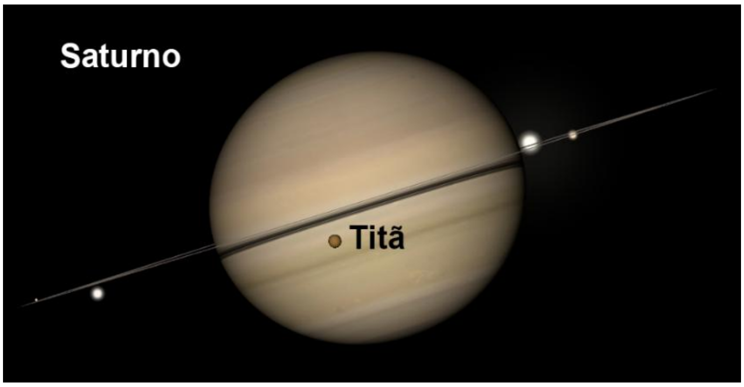
O diâmetro angular da Lua durante o apogeu é:

$$d_{Lua} = 2 \times \frac{raio\ da\ Lua}{distância\ da\ Lua - raio\ da\ Terra} \rightarrow d_{Lua} = 2 \times \frac{1.737}{405.000 - 6.378} \rightarrow d_{Lua} \simeq 8,76 \times 10^{-3}\ radianos$$

A fração da área do disco solar coberta será a razão entre os quadrados destes diâmetros:

$$r = \frac{d^2_{Lua}}{D^2_{Sol}} = \left(\frac{d_{Lua}}{D_{Sol}}\right)^2 = \left(\frac{8,76\times10^{-3}}{9,46\times10^{-3}}\right)^2 \rightarrow r \simeq 0,85 \equiv 85\%$$

19) Quando os anéis de Saturno são vistos bem de lado, aumentam as chances de uma das suas inúmeras luas atravessar o disco do planeta, do ponto de vista da Terra. A figura a seguir, gerada pelo software gratuito Stellarium, mostra a simulação do trânsito de Titã, a maior lua de Saturno e a segunda maior lua do Sistema Solar, perdendo apenas para Ganimedes, de Júpiter.



Com os dados que se seguem, assinale a opção que traz o tempo aproximado do trânsito de Titã pelo disco de Saturno. Para facilitar as contas, em primeira aproximação, considere que Titã atravessa o disco planetário diametralmente e desconsidere o movimento relativo entre a Terra e Saturno.

Dados:

- Distância Terra-Saturno ~ 9,0 U.A.
- Diâmetro de Saturno D_{Sat} = 116.460 km
- Diâmetro de Titã $d_{Titã}$ = 5.150 km
- Período orbital de Titã $T_{Titã}$ ~ 15,9 dias
- Semieixo maior de Titã $a_{Titã}$ = 1.221.870 km
- Velocidade orbital de Titã $v_{Titã}$ ~ 5,4 km/s
- U.A. = 150.000.000 km

a) 5,4 horas
b) 5,6 horas
c) 5,8 horas
d) 6,0 horas
e) 6,2 horas

Resposta: d) 6,0 horas ou e) 6,2 horas

Comentários: Do ponto de vista, para termos o trânsito completo, Titã precisa percorrer o diâmetro de Saturno mais seu próprio diâmetro.

$$S = D_{Sat} + d_{Titã} = 116.460\ km + 5.150\ km = 121.610\ km$$

O perímetro da órbita de Titã vale P = $2\pi a_{Titã}$

Que ela percorre em 15,9 dias.

Então, para percorrer 121.610 km, Titã precisará de:

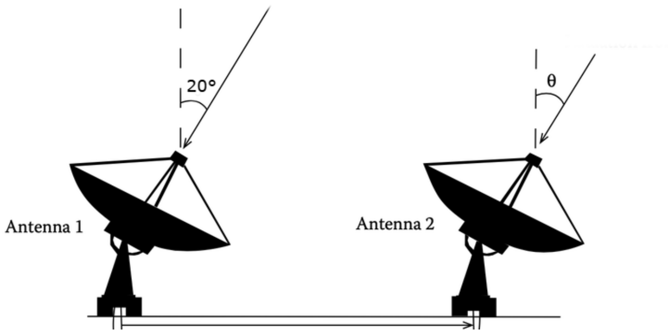
$$\frac{15{,}9\ dias}{2\pi \times 1.221.870\ km} = \frac{X}{121.610\ km}$$

$$X = \frac{15{,}9\ dias \times 24\ h/dia \times 121.610\ km}{2\pi \times 1.221.870\ km} \rightarrow X \simeq 6,0\ horas$$

Podemos, também, usar a velocidade orbital de Titã para obter o tempo do trânsito:

$$\Delta t = \frac{121.610\ km}{5{,}4\ km/s} \times 3.600\ s/h \rightarrow \Delta t \simeq 6,2\ horas$$

20) Considere dois radiotelescópios separados por uma distância D = 3.000 m. Uma frente de onda plana de rádio proveniente de uma fonte muito distante chega da direção indicada na figura.
Determine o atraso aproximado da captação do sinal da antena 1 em relação à antena 2.



Desconsidere quaisquer efeitos atmosféricos.

a) 3,42 μs
b) 3,64 μs
c) 9,40 μs
d) 1.026,06 μs
e) 2.819,08 μs

Resposta: a) 3,42 μs

Comentários:

A distância zenital fornecida é 20°. Pela forma como a geometria foi definida nessa questão, a diferença de caminho entre os raios que chegam às duas antenas é

$$\Delta S = D \times sen(20°)$$

Substituindo o valor de D:

$$\Delta S = 3.000 \times sen(20°) \rightarrow \Delta S \simeq 1.026,06$$

Agora o atraso de tempo entre os sinais é dado por:

$$\Delta t = \frac{\Delta S}{c} \rightarrow \Delta t = \frac{1026{,}06\, m}{3{,}00 \times 10^{8}\, m/s} \rightarrow \Delta t \simeq 3,42 \times 10^{-6}\, s \equiv 3,42\ \mu s$$

Questão Parametrizada: Os valores das distâncias foram escolhidos aleatoriamente.

A distância D entre as antenas pôde variar de 1.000 a 5.000 m de 100 em 100 m.